Classification of Unifrom Cosmological Models (一様等方宇宙モデルの分類)

氏名・(本籍)	久保守正 (くぼ もり まさ)
学位の種類	理学博士
学位記番号	理博第318号
学位授与年月日	昭和47年7月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科専門課程	東北大学大学院理学研究科 (博士課程)天文学専攻修了
学位論文題目	Classification of Uniform Cosmological Models (一様等方宇宙モデルの分類)
論文審査委員	(主査) 教授 一柳寿一　　教授 高窪啓弥 教授 吉田正太郎

論文目次

論　文　内　容　要　旨

宇宙が空間的に一様であり且つ等方であると仮定するならば，Einsteinの重力理論のわく内でその時空は，時間 t の関数である宇宙半径 $R(t)$ と定曲率空間の曲率指数 k ($=0, \pm 1$)を含むいわゆるRobertson-Walkerの線素によって与えられる。宇宙半径はエネルギー密度 $\varepsilon(t)$ と圧力 $p(t)$ に，曲率指数と宇宙定数 Λ を含む二つの微分方程式，即ちエネルギー保存の式といわゆるFriedman-Lemaltreの式によって関係づけられる。従って宇宙半径 $R(t)$ は，三つの変量 $\varepsilon(t)$，$p(t)$ と $R(t)$ の間に一つの関係（例えば状態方程式）が与えられるならば，二つの定数 k と Λ ごとに，積分定数を別にして定まる。

第一章では，多くの人々によってなされたこのような観点による，即ち R の t への依存の仕方の違いによるモデルの分類をいくつかの注意をまじえながら紹介すると共に，本論文の主題を述べた。本論文の主題は，塵状物質と放射が相互作用をしていないという仮定の下で，両成分を含む一様等方宇宙モデルを分類することである。このときエネルギー保存の式は

$$d(\varepsilon_m R^3)/dt = d(\varepsilon_r R^4)/dt = 0$$

となる。ここに，$\varepsilon_m(t)$，$\varepsilon_r(t)$ は夫々二成分のエネルギー密度である。独立な量として我々は，観測的宇宙論に於いて最もしばしば用いられる減速パラメーター $q \equiv -H^{-2} R^{-1} d^2R/dt^2$ と，物質と放射を対等に扱うという意図から，

$$\sigma_m = \varepsilon_m / 6H^2, \quad \sigma_r = \varepsilon_r / 6H^2$$

で定義される両成分のエネルギー密度パラメーター σ_m と σ_r をとった。ここに，$H \equiv R^{-1} dR/dt$ はHubbleパラメーターである。

第二章では，宇宙定数がゼロの場合の諸問題を調べた。この場合には自由度が一つ減るのであるが，我々は多くの場合独立な量としてパラメーター σ_m と σ_r をとった。

2－1）では，宇宙モデルをStabell と .efsdalの方法によって分類した。閉じた宇宙は振動モデルであり，平担な宇宙及び開いた宇宙は単調モデルである。

2－2）では，光度距離は q_0 と σ_{r0} を用いたとき

$$H_0 D = (q_0^2 - 2\sigma_{r0})^{-1} [(q_0 - 2\sigma_{r0}) z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2q_0 z + 2\sigma_{r0} z^2} - 1)]$$

によって与えられることを見出した。ここに，添字ゼロは現在値を意味し，z は赤方偏位である。$\sigma_{r0} = 0$ の場合には上の式はMattigの式に帰着する。Mattigの式への σ_{r0} の効果は $q_0 \gtreqless 1$ に従い正，零，負であることを知った。等級への放射の効果も同様である。

2－3）では，モデルの進化を調べた。閉じた宇宙の進化に於いてはパラメーター σ_r が最小となる時期が存在し，開いた宇宙の進化に於いてはパラメーター σ_m が最大となる時期が存在する。平担な宇宙の場合にはこのような特別な時期は存在しない。2－1）で分類された各モデルに対して，その進化曲線を（σ_r，σ_m）平面にえがいた。

2－4）では，モデルの地平と年令を与える厳密な式を導いた。放射は双方に対し減少させる効

果をもつ。$k=0$で不連続にならないような地平の新しい定義

$$h_p=\int_0^{H_0 t_0}(R_0/R)\quad d(H_0 t)$$

を見出した。

第三章では，宇宙定数のある一般の場合を扱った。我々のモデル分類法は次の二つの段階から成る。即ち，

1) 宇宙半径$R(t)$の関数形の違いによる分類。

2) (σ_r, σ_m)平面に於ける進化曲線の違いによる分類。

Stabell と Refsdalは塵状物質だけを含む宇宙モデルをパラメーターq_0とσ_{m_0}によって分類したのであるが，第一段に於ける我々の分類は，拡大された彼等の方法に於いて完全に三次元的である。我々は三次元分類図を得た。三次元(σ_{r_0}, q_0, σ_{m_0})空間は，一つの平面$\Lambda=0$と二つの曲面$A_1=A_2=0$によって三つの領域，即ち i) $\Lambda<0$且つ$A_1<0$,　ii) $\Lambda>0$, $A_1>0$且つ$A_2>0$，及び iii) $A_2<0$に分けられた。これらの領域の中の点によって指定されるモデルは夫々，振動モデル，第一，二種の単調モデルである。曲面$A_1=A_2=0$上の点によって指定されるモデルは夫々，第一，二種の漸近モデルである。

第二段に於いて我々は，(σ_r, σ_m)平面に於けるモデルの進化を，パラメーターσ_mとσ_rが極値をとる時期の存在に特に注目しながら，組織的に調べた。振動モデル及び第一種の単調モデルの中には，このような時期を三つもつモデルも存在することを見出した。これらの時期及び時期間に於いてパラメーター$-q$がとりうる値を示した。結論としてモデルの進化の型は，次の10種にわけられることを確かめた。即ち，

F_a型：σ_m又はσ_r軸上を単調に変化するもの

F　型：平面上を単調に変化するもの

S_p型：軸上の一点に静止するもの

S_a型：σ_m又はσ_r軸上で一つの極値をもつもの

S_1型：平面上にσ_mの極値のあるもの

S_2型：平面上にσ_rの極値のあるもの

I_1型：S_1で且つ変曲点のあるもの

I_2型：S_2で且つ変曲点のあるもの

C_1型：単調(第一種)モデルで極値の3個あるもの

C_2型：振動モデルで極値の3個あるもの

夫々の型の進化曲線を(σ_r, σ_m)平面にえがいた。

上記の二つの段階によって分けられたモデルをすべて，Table 4 に収録した。18種の振動モデル，19種の第一種単調モデル，4種の第二種単調モデル，6種のEinstein宇宙，第一，二種漸近モデルが夫々3種づつ，及び de Sitter宇宙，合計54種のモデルが存在する。これらはすべて上記の進化型のいずれかに分類されることをTable 5 に於いて示した。

論 文 審 査 結 果 の 要 旨

近年宇宙輻射と解釈される温度 3°K の黒体輻射の発見に伴って，物質と共に輻射の充ちている宇宙モデルの研究が進められている。

久保守正の論文は，この物質と輻射の共存する場合についての可能な一様等方宇宙モデルの分類問題を研究したものである。Einstein 方程式は3つのパラメターを与えるとひと通りの解をもち，従ってパラメターの選択によって異なる分類が考えられる。著者は独立量として宇宙の加速パラメター q，および次式：$\sigma_m = \frac{\varepsilon_m}{6H^2}$ ，$\sigma_r = \frac{\varepsilon_r}{6H^2}$（$H$はある宇宙時間におけるHubble 定数，$\varepsilon_m$ ，ε_r はそれぞれ物質，輻射エネルギー密度）で定義される物質エネルギー密度パラメター σ_m ，輻射エネルギー密度パラメター σ_r の3つを選び，この三次元（q，σ_r，σ_m）領域の（σ_r，σ_m）ー平面への投影像によってモデルの新しい分類が可能であることを示した。宇宙モデルとして物質と輻射の間に相互作用はなく，それぞれについて保存則が成立するとした。第二章では宇宙定数がゼロの場合，第三章では宇宙定数が正，負の有限値をとる場合について論じた。

宇宙定数 $\Lambda = 0$ の場合。（σ_r，σ_m）平面上でモデルの画く軌跡は総て純輻射モデル（$\sigma_m = 0$，$\sigma_r = \frac{1}{2}$）から出発して(i) 曲率指数 $k = -1$ の場合は σ_m が一度極大に達したのちに原点に至る（S_1型），（ii）$k = +1$ の場合は σ_r に極小が現われた後，σ_m，σ_r は共に増大する（S_2 型），（iii）$k = 0$ では σ_r，σ_m とも極値をとらずにEinstein-de Sitter モデルに至るもの（F_1 型）の3つに分けられる。

宇宙定数 $\Lambda > 0$ の場合は次のようになる。(i) $k = +1$ の場合は先ずInflexion point が現われ次いで σ_m の極大を経て原点に至る（I_1 型），或いは σ_r が極小値次いで極大値をとった後，σ_m の極大を経て原点に至る（C_1型）。また有限の σ_m，σ_r から出発するものは極値をとることなく原点に達する（F_2 型）。（ii）$k = 0$，-1 の場合は上記 S_1 型になる。

宇宙定数 $\Lambda < 0$ の場合は(i) $k = +1, 0$ については S_2 型，(ii) $k = -1$ の場合は純輻射モデルから出発してInflexion point が現われ，次いで σ_r の極小値を経て再び増大する（I_2型），或いは σ_m が極大次いで極小値をとった後，σ_r の極小を経て σ_r，σ_m 共に増大する（C_2 型）。

宇宙モデルの振動型，単調変化型，漸近型のRobertson（1933）の大綱的分類は輻射のある場合もそのまま成立するが，著者の研究はこれらの型を更に上記8種の型に新しく内容的に細かく分類出来ることを示したもので，宇宙モデル研究に重要な知見を加えたことになる。よって，久保守正提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。